

---

## ПРЕДИСЛОВИЕ

---

Зададим себе вопрос: как анализировать сложные задачи по информатике? Как объяснять их школьнику? Публикации на эту тему строятся по принципу: делай так-то и так-то, и ты получишь результат. А что предшествовало этому «деланию так» автором (авторами) публикаций, — обычно не раскрывается, остается в тени.

В данной книге на конкретных задачах сделана попытка показать возникновение самого этого процесса «делания», что оказалось гораздо сложнее, чем просто привести описание решения в виде некоего текста программы (пусть даже и с доказательствами математических фактов, если они лежат в основе задачи).

Бытует точка зрения, что «простому» учителю информатики не под силу подготовить школьника к олимпиадам высокого уровня по информатике, что эта работа является уделом «избранных». Мы категорически не согласны с такой позицией, ибо исходим из того, что главным является создание творческой среды на уроке, в школе. Безусловно, учителю необходимо целенаправленно работать над данной проблематикой, но быть «асом» в решении задач совершенно не обязательно! Удивительно, но в основе практически любой сложности лежит простота. Увидеть (найти) эту простоту, идти от этой простоты к решению задачи в процессе совместной деятельности со школьником — это и есть лейтмотив работы учителя. О том, как это делать, мы и попытались написать, выбрав для анализа самый сложный (по статусу) тип олимпиадных задач по информатике.

Перед учителем информатики по-прежнему, как и 1985 году (разве что, может быть, с меньшей — но не намного — остротой), стоят те же самые проблемы: чему учить? как учить? какие учебники использовать? Эти проблемы остались, несмотря на возросшие возможности компьютера, как осталось неизменным и предназначение учителя — развивать школьника в рамках своего предмета так, чтобы он стал Личностью с большой буквы. Остался неизменным и такой критерий оценки деятельности учителя, как успешность выступления его учеников на предметной олимпиаде.

Олимпиады по информатике признаны мировым сообществом как на уровне школьного курса информатики, так и в высшей школе, поэтому речь пойдет именно о них, — точнее, о методике анализа сложных задач по информатике, ибо по статусу международные олимпиады школьников содержат именно такой материал.

Текст формулировок задач в этой книге максимально приближен к исходным вариантам, предлагаемым на олимпиадах. Сокращения и изменения минимальны, что позволяет представить как процесс развития содержательной части задач, так и требований, предъявляемых школьнику.

## СТРУКТУРА КНИГИ

Ниже приведен разбор задач всех международных олимпиад школьников по информатике с 1989 по 2006 год. Разбором задачи мы называем ее обсуждение, если материала достаточно для проведения занятия; другими словами, по нему можно, на наш взгляд, «сконструировать» занятие. В противном случае, если материала недостаточно или задача не очень «ложится» для изложения в аудитории, мы просто говорим об идее ее решения.

Заканчивается книга «путеводителем по задачам», в котором приводится классификация задач как по сложности, так и по их тематике.

Профессиональная подготовка школьника к будущей деятельности в области информатики не может ограничиваться рамками образовательного стандарта, даже если рассматривать физико-математический профиль. В целом требуется организовать *творческую среду в образовательном учреждении*, но эта проблематика выходит за рамки данной книги, и вопросам ее создания посвящена книга одного из авторов\*. В настоящей же книге речь идет о *содержательной стороне* этой стадии образования и о *методике проведения занятий*. При этом последний вопрос дан не в отдельных главах, не в виде общих рассуждений о том, «что такое хорошо, что такое плохо», а представлен на конкретном материале обсуждения каждой задачи. Вместо традиционного разбора задач или общего описания схем ее решения мы практически старались дать конспект проведения занятия и даже показать особенности общения («краеугольный камень» профессиональной педагогики) во время его проведения (не говоря опять же лишних слов об этом, ибо все это заложено в самой структуре обсуждения).

Возвращаясь к содержательному аспекту образовательного процесса, можно сказать, что в этой части работы со школьниками он должен включать в себя элективный курс, рассчитанный на несколько лет. Причем по содержанию он должен состоять из небольшого количества тем, изучение которых повторяется каждый раз на новом уровне развития школьника.

---

\* Окулов С. М. Информатика: Развитие интеллекта школьника. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005.

Большинство из этих тем должно носить фундаментальный характер в информатике, и материала для знакомства с ними достаточно в учебной литературе. Перечислим основные из них:

- перебор вариантов и методы его сокращения;
- динамическое программирование;
- сортировка и поиск;
- обработка последовательностей;
- комбинаторика;
- алгоритмы на графах;
- элементы вычислительной геометрии.

В нашем «путеводителе» каждая задача отнесена к одной из этих тем. Кроме того, выделен ряд других тем: «задачи на идею», задачи на технику программирования, «задачи без продолжения». Благодаря этому учитель имеет возможность выбрать задачу, необходимую ему для проведения занятий; школьник или студент в зависимости от изучаемой темы и уровня своего развития (в «путеводителе» дается оценка сложности задач) берет очередную задачу для своей деятельности. Таким образом, «путеводитель» позволяет организовать работу с книгой не на уровне простого знакомства и последовательного чтения, а постоянно, в течение всего процесса изучения элективного курса.

Заметим, что деятельность по работе с задачей не сводится к прочтению ее обсуждения. Она требует анализа алгоритмической части решения, поиска контрпримеров и особых случаев, разработки как основного программного кода, так и дополнительных программ, достаточно полного тестирования, исследования решения. Практика написания какого-либо варианта решения и проверка его на простых тестах — это начальная стадия в длительном процессе становления профессионала.

### **Благодарности**

В первую очередь, хотелось бы выразить признательность нашему соавтору по первому варианту книги\* Антону Валерьевичу Лапунову. Алексей Ефремов оказал незаменимую помощь в программной реализации задач олимпиад последних лет. Математический талант Александра Николаевича Семенова позволил «сгенерировать» идеи решения отдельных задач. Студенты Вятского государственного гуманитарного университета — Роман Веснин, Максим Корчемкин, Иван Матанцев, Роман Шарыгин — своим участием в решении отдельных самых сложных задач способствовали выходу в свет этой книги. Ульяна Токмакова выполнила профессиональную подготовку рисунков для издания.

---

\* *Кирюхин В. М., Лапунов А. В., Окулов С. М. Задачи по информатике. Международные олимпиады 1989–1996 гг. М.: АБФ, 1996.*

---

## ВВЕДЕНИЕ

---

Идея проведения международных олимпиад по информатике (МОИ) была высказана на 24-й конференции ЮНЕСКО болгарским делегатом, профессором Сендовым в октябре 1987 г. в Париже. В мае 1989 г. ЮНЕСКО организовала и провела первую такую олимпиаду в болгарском городе Плевнец. Олимпиада сразу привлекла к себе повышенное внимание, уже тогда в ней приняли участие 13 стран — гораздо больше, чем стран-участниц первых международных олимпиад по математике, физике и другим наукам.

Если на первых международных олимпиадах золотые медали наших ребят рассматривались скорее как случайность, то начиная с 1993 г. российские школьники считаются постоянными фаворитами. Подтверждением является тот факт, что кубок чемпиона мира по информатике пять раз побывал в нашей стране и до 2005 г. по этому показателю России не было равных! До сих пор держится рекорд российской команды, которая в 2000 г. в Пекине завоевала четыре золотые медали и первое место в неофициальном командном зачете, а Михаил Баутин стал чемпионом мира. В общей же сложности без медалей российские школьники ни разу не приезжали домой с 1991 г. А по общему количеству медалей наша команда уступает только две медали китайским школьникам, оставив далеко позади представителей других стран. (В табл. 2 и 3 перечислены чемпионы прошедших международных олимпиад по информатике и все советские и российские школьники, завоевавшие там золотые медали.)

Официальный сайт международной олимпиады по информатике — <http://www.ioinformatics.org/>. Официальный сайт секретариата международной олимпиады по информатике — <http://olympiads.win.tue.nl/loi/>.

## ЦЕЛИ МЕЖДУНАРОДНОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО ИНФОРМАТИКЕ

Международная олимпиада по информатике проводится каждый год со следующими целями:

- выявление и объединение талантливых школьников из разных стран мира в области информатики, проведение соревнований для них и создание условий для их дальнейшего развития;
- объединение педагогов, ученых и общественных деятелей для обмена опытом в работе с талантливыми детьми из разных стран мира в области информатики, создание дружеских отношений между ними;

- привлечение внимания молодежи из разных стран мира к изучению информатики, их ранняя профориентация;
- популяризация и повышение интереса к соревнованиям по информатике среди школьников в различных странах мира;
- привлечение стран к организации международных олимпиад по информатике.

## **ИСТОРИЯ МЕЖДУНАРОДНОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО ИНФОРМАТИКЕ**

Начиная с 1989 г. международная олимпиада по информатике проводится ежегодно в различных странах. По своей популярности она не уступает аналогичной олимпиаде по математике, и количество участвующих в ней стран увеличивается год от года. Сейчас эта цифра уже приближается к восьмидесяти.

Страна и место проведения очередной олимпиады определяется международным олимпиадным комитетом за три года до ее начала. Чтобы принять международную олимпиаду по информатике, стране-кандидату нужно пройти достаточно сложную процедуру конкурсного отбора, поскольку желающих принять очередную олимпиаду не так уж мало!

Международные олимпиады по информатике являются важной составляющей для выявления и развития молодых дарований в мире в области информатики, что подтверждается неуклонным ростом числа стран, принимающих в ней участие (см. табл. 1). По своей популярности в мире эта олимпиада успешно конкурирует с математической, а по объему привлекаемых средств и «мощности» спонсоров уже ее превосходит. Это и понятно: именно в руках специалистов в области информационных технологий находится будущее нашей планеты в XXI веке, в котором информация является стратегическим ресурсом, а технологии ее обработки определяют экономический потенциал страны и ее место на мировой арене.

## **ПОРЯДОК УЧАСТИЯ СТРАН В МЕЖДУНАРОДНОЙ ОЛИМПИАДЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ**

В международной олимпиаде по информатике (МОИ) текущего года могут принимать участие только те страны, которые уже участвовали в олимпиаде в предыдущем году, или наблюдатели которых присутствовали на ней. Страны, выразившие желание участвовать в текущем году в МОИ впервые или потерявшие право участвовать в олимпиаде по какой-либо причине, должны направить в международный олимпиадный комитет по

Таблица 1

**Страны-участницы и время проведения международных  
олимпиад по информатике (1989–2006 гг.)**

	Год	Город, страна	Количество стран-участниц	Количество участников
	1989	Правец (Pravetz), Болгария, 16–19 мая	13	46
	1990	Минск, СССР, 15–21 июля	25	94
	1991	Афины, Греция, 19–25 мая	26	56
	1992	Бонн, Германия, 11–21 июля	51	142
	1993	Мендоза, Аргентина, 16–25 октября	43	151
	1994	Ханинге (Haninge), Швеция, 3–10 июля	49	188
	1995	Эйндховен (Eindhoven), Нидерланды, 26 июня–3 июля	51	260
	1996	Весзпрем (Veszprém), Венгрия, 25 июля–2 августа	58	215
	1997	Кейптаун, Южная Африка, 30 ноября–7 декабря	63	229
	1998	Сетубал (Setúbal), Португалия, 5–12 сентября	66	238
	1999	Анталия-Белек, Турция, 9–16 октября	64	254
	2000	Пекин, Китай, 23–30 сентября	71	272
	2001	Тампере, Финляндия, 14–21 июля	74	272
	2002	Йотг-Ин (Yong-In), Республика Корея, 18–25 августа	77	267
	2003	Кеноша (Kenosha), штат Висконсин (Wisconsin), США, 16–23 августа	75	269
	2004	Афины, Греция, 11–18 сентября	80	296
	2005	Новы Сонч (Nowy Sacz), Польша, 18–25 августа	72	276
	2006	Мерида, штат Ютакан, Мексика, 13–20 августа	75	284

информатике заявку на участие и двоих своих представителей в качестве наблюдателей, после чего они получают право участвовать в полном формате в олимпиаде следующего года.

В состав делегации от каждой страны-участницы МОИ могут входить руководитель команды, его заместитель и не более четырех учащихся, которым ко времени начала олимпиады исполнилось не более 20 лет и которые в период с сентября по декабрь предшествовавшего олимпиаде года являлись учащимися средних общеобразовательных учебных заведений.

Руководитель команды и его заместитель должны быть преподавателями или профессорами в своей стране и иметь опыт участия в предыдущих международных олимпиадах по информатике. В состав делегации могут также входить дополнительные лица: тренеры участников, консультанты и специалисты в области информатики, а также воспитатели и другой обслуживающий персонал.

## **РУКОВОДЯЩИЕ ОРГАНЫ МЕЖДУНАРОДНОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО ИНФОРМАТИКЕ**

Главным руководящим органом МОИ является *международное жюри (General Assembly)*, куда входят все руководители команд-участниц олимпиады. Для выполнения текущей работы международное жюри избирает:

- Президента олимпиады;
- Исполнительного директора;
- международный комитет (International Committee);
- международный научный комитет (International Scientific Committee);
- международную техническую рабочую группу (International Technical Working Group).

Президент МОИ осуществляет непосредственное руководство международным олимпиадным движением по информатике. Он избирается международным жюри на три года. В настоящее время Президентом МОИ является представитель Китая, доктор Zide Du.

Исполнительный директор МОИ выполняет административные функции, обеспечивает финансовую поддержку олимпиады и ее дальнейшее развитие. В настоящее время Исполнительным директором МОИ является представитель Финляндии, доктор Jari Koivisto.

Международный комитет выполняет всю работу, связанную с организацией и проведением олимпиад. В состав международного комитета входят:

- Президент МОИ;
- представитель страны-организатора олимпиады предыдущего года;
- представитель страны-организатора текущей олимпиады;
- три представителя стран-организаторов трех последующих олимпиад;
- пять избираемых на трехлетний период представителей стран-участниц олимпиады;
- Исполнительный директор (без права голоса).

В период с 1990 по 1993 г. и с 2000 по 2003 г. членом международного комитета МОИ избирался представитель России, В. М. Кирюхин. Благодаря этому многие идеи развития олимпиадного движения по информатике, характерные для России, были привнесены и в развитие международного олимпиадного движения, и наоборот.

Международный научный комитет отвечает за научную сторону содержания олимпиадных заданий и за порядок проведения соревнований. В состав международного научного комитета входят:

- представитель страны-организатора олимпиады предыдущего года;
- представитель страны-организатора текущей олимпиады;
- представитель страны-организатора последующей олимпиады;
- три избираемых на трехлетний период представителей стран-участниц олимпиады;
- председатель международной технической рабочей группы.

Международная техническая рабочая группа обеспечивает работу проверяющей системы во время проведения соревнований. Необходимость в этом органе МОИ возникла с появлением автоматизированной системы проверки решений участников олимпиады. В ведении данного органа находятся также все вопросы дальнейшего совершенствования и развития этой системы. Председатель международной технической рабочей группы избирается международным жюри сроком на три года. Состав этой группы формируется страной-организатором текущей олимпиады.

Всю работу по организации и проведению текущей олимпиады осуществляет организационный комитет олимпиады. Работу по непосредственной подготовке олимпиадных заданий выполняет научный комитет, в состав которого входят представители страны-организатора текущей олимпиады.



## ПРАВИЛА ПРОВЕДЕНИЯ СОРЕВНОВАНИЯ

В настоящее время международная олимпиада по информатике проводится в два тура; длительность каждого тура — 5 часов. На каждом туре участникам предлагается три задачи.

Перед началом соревнований всем участникам олимпиады предоставляется возможность ознакомиться со своими рабочими местами и опробовать в реальном режиме работу программного обеспечения, предназначенного для проведения соревнований. С этой целью в программе олимпиады предусмотрен двухчасовой пробный тур. Задачи для пробного тура заранее размещаются на сайте организаторов олимпиады, их можно решить до начала пробного тура и принести с собой на компакт-дисках. Участие в пробном туре для всех участников является обязательным.

Начиная с 2007 г. во время соревнований на всех компьютерах участников устанавливается программная среда GNU/Linux. В отличие от прошлых олимпиад, Microsoft Windows на компьютерах участников устанавливаться не будет.

На всех компьютерах участников, как правило, устанавливается следующее программное обеспечение:

- KDE;
- WindowMaker;
- Web-браузеры (Firefox, Konqueror);
- редакторы (mcedit, joe, vim, kate, kwrite, kdevelop, emacs, rhide);
- компиляторы (gcc 3.3, g++ 3.3, Free Pascal 2.0.2 с документацией);
- отладчики (gdb, ddd);
- документация STL.

Официальным языком на МОИ является английский. В связи с этим, накануне каждого тура, после утверждения текстов олимпиадных заданий международным жюри, руководители команд осуществляют перевод всех текстов заданий с английского на родной язык. На это время все контакты руководителей команд и участников соревнований прекращаются; более того, все мобильные телефоны и средства связи у участников соревнований изымаются и возвращаются им после окончания соответствующего тура.

Процедура перевода заданий является очень ответственным этапом во время проведения олимпиады и требует от руководителей команд отличного владения английским языком и высокого уровня подготовки в области информатики. Мало того, что надо правильно перевести текст заданий, чтобы у участников было однозначное понимание, что от них требуется во время решения задания, так еще в процессе перевода возникает боль-

шое количество вопросов к международному научному комитету по правильности формулировок в заданиях, которые часто приводят к их корректировке и повторному утверждению международным жюри!

Все участники соревнований перед началом тура получают тексты олимпиадных заданий на английском и на родном языке. В течение одного часа с момента начала тура каждый участник олимпиады имеет право задать на родном языке вопросы по условиям заданий членам международного научного комитета. Вопросы должны задаваться в письменном виде и формулироваться так, чтобы ответ был либо «да», либо «нет». Тексты вопросов переводятся руководителями команд с родного языка на английский и передаются в научный комитет. Ответы международного научного комитета на вопросы участников могут быть следующими: «да», «нет» или «без комментариев».

Участникам олимпиады категорически запрещается во время туров пользоваться личными компьютерами, калькуляторами, электронными записными книжками, средствами связи (пейджерами, мобильными телефонами и т. д.), принесенными с собой электронными носителями информации (дискетами, CD- и DVD-дисками, модулями флэш-памяти и пр.), а также учебной литературой и заранее заготовленными личными записями. Разрешается принести с собой только словари для перевода с английского языка на родной и обратно.

В решениях задач участникам запрещается использовать какие-либо средства, нарушающие работу проверяющей системы.

Во время тура участники олимпиады имеют право общаться только с представителями оргкомитета, находящимися в помещении, где проводится соревнование. В случае возникновения не по вине участника во время тура сбоев в работе компьютера или используемого программного обеспечения время, затраченное на восстановление работоспособности компьютера, может быть компенсировано. По истечении времени тура участникам олимпиады запрещается выполнять какие-либо действия на компьютере.

## **ХАРАКТЕРИСТИКА ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАНИЙ**

При выборе олимпиадных заданий для МОИ международный научный комитет, в соответствии с существующими правилами, руководствуется следующими соображениями:

- задачи должны иметь алгоритмический характер;
- решения задач должны быть реализуемыми с использованием алгоритмических языков Pascal, C или C++;

- задачи должны обладать свойством *вариативности*, т. е. решение задачи может быть получено с использованием различных алгоритмов, отличающихся по сложности реализации и по эффективности.

Большое значение при проверке решений олимпиадных заданий играет *эффективность* используемых в них алгоритмов. Оценка эффективности осуществляется в процессе тестирования путем использования набора тестов, специальным образом разработанного научным комитетом.

Задачи МОИ можно разбить на три типа.

К *задачам первого типа* относятся стандартные задачи («Batch tasks»), решением которых является программа, формирующая выходной файл по заданному входному файлу.

*Задачи второго типа* являются интерактивными («Reactive tasks»). Решением таких задач также является программа, однако, в отличие от задач первого типа, вместо чтения исходных данных из входного файла и записи результата в выходной файл эта программа должна обмениваться данными с другой программой, определенной в условии задачи.

В *задачах третьего типа* («Output tasks») решением является уже не программа, как в задачах первого и второго типов, а файлы выходных данных, соответствующие заданным в условии задачи входным файлам.

Решение задачи, которое участник олимпиады сдает на проверку, должно удовлетворять следующим ограничениям:

- объем файла с исходным текстом программы не должен превышать 100 кбайт;
- время компиляции программы не должно превышать 30 секунд;
- максимальное время работы программы на одном тесте не должно превышать величины, указанной в условии задачи;
- максимальный объем памяти, используемой в процессе работы программы, не должен превышать величину, указанную в условии задачи.

При нарушении двух первых ограничений задание на проверку не принимается, а участник получает за эту задачу нуль баллов. При нарушении двух других ограничений при работе программы на каком-либо тесте баллы не начисляются за прохождение этого теста.

Вместе с текстами олимпиадных задач перед началом тура каждый участник получает таблицу с информацией о том, как должны быть представлены результаты решения каждой задачи, включая имена рабочих каталогов, входных и выходных

файлов, опции компилятора, заголовки программ при использовании различных языков программирования и правила приема решения на проверку.

Во всех заданиях используются входные и выходные файлы состоят из одной или нескольких строк, каждая из которых заканчивается символом конца строки. Условия формирования каждой строки определены в тексте описания задачи. Все исходные данные во входных файлах являются корректными, если это специально не оговорено в условии задачи.

Олимпиадные задания, предлагаемые на МОИ, постоянно развиваются и совершенствуются. Для олимпиады, прошедшей в 2006 г. в Мексике, последние новшества были следующими:

- для задач стандартного типа программы, являющиеся решениями, должны были читать входные данные из текстового файла и писать выходные данные в текстовый файл;
- для интерактивных задач взаимодействие с другими программами осуществлялось с использованием стандартного входа и стандартного выхода;
- участники имели возможность посылать свои решения на проверку тестирующей системе неограниченное количество раз;
- для некоторых заданий был предусмотрен неоднократный прогон тестов, а итоговое количество баллов в этом случае определялось по наихудшему результату.

Ответственность за формирование пакета олимпиадных задач несет международный научный комитет. Представители всех стран — участниц олимпиады могут до конца установленного срока предложить свои рекомендуемые задачи, которые могут быть приняты для дальнейшей проработки или отвергнуты. Основная работа по окончательной доработке задач проводится научным комитетом страны-организатора олимпиады под контролем международного научного комитета.

Основными критериями отбора олимпиадных задач являются следующие показатели:

- оригинальная формулировка задачи или оригинальная идея ее решения;
- в тексте условия задачи не должны встречаться термины и понятия, выходящие за пределы среднего образования в большинстве стран мира; в крайних случаях, они должны быть определены или конкретизированы;
- задача должна быть однозначно определена, т. е. в ее формулировке не должно быть неоднозначностей;
- задача не должна требовать для своего решения специальных знаний;

- формулировка задачи должна предполагать наличие этапа формализации при ее решении, т. е. перехода от неформальной постановки задачи к формальной;
- задача должна быть разумной сложности и трудоемкости.

## **СОДЕРЖАНИЕ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАНИЙ**

В отличие от международных олимпиад по физике, химии и биологии, содержание олимпиад по информатике официально не определено в каких-либо документах МОИ. Такая же ситуация сложилась и в других международных олимпиадах (по математике, географии, астрономии и лингвистике). На это есть ряд причин, и в первую очередь это связано с тем, что нужно дать возможность олимпиадным заданиям развиваться (поскольку любая программа является консервативной, а вносить каждый раз в нее изменения достаточно сложно из-за вообще сложностей в процедурах внесения каких-либо изменений в официальные документы любой международной олимпиады).

Опыт проведения международных олимпиад по информатике показывает, что содержание и основные знания, умения и навыки, востребованные при решении олимпиадных заданий международного уровня, строятся на основе сформированного уровня освоения школьниками содержания информатики и информационных технологий. В частности, можно отметить следующие компетентностные качества, которые выявляются в результате участия школьников в МОИ:

- углубленные знания в сфере математических основ информатики;
- развитые умения и навыки в теории алгоритмов;
- устойчивые знания об информационных процессах, типах информации, способах представления и передачи информации;
- устойчивые практические навыки самостоятельного построения компьютерных моделей;
- расширенные представления о составе компьютера, программном принципе работы компьютера и прикладном программном обеспечении;
- беглое владение клавиатурным вводом на русском и английском языке;
- свободное владение компьютерным графическим интерфейсом;
- свободные навыки работы с компьютером: с файловой системой, операционной системой, архивирующими, конвертирующими средствами, программными приложениями, поисковой системой;

- устойчивые навыки работы с общими и персональными ресурсами в локальной компьютерной сети;
- устойчивые навыки работы со специализированным ПО (среды программирования, трансляторы, отладчики);
- свободные навыки работы с инструментальными средствами глобальной компьютерной сети (регистрация, передача данных, защита информации);
- развитое чувство самоконтроля и ответственности;
- навыки самостоятельного планирования заданий;
- проявление волевых качеств.

Важной особенностью задач МОИ является их ориентация на проверку развития у обучаемых теоретического мышления, логики, а также творческих способностей и интуиции. В отличие от задач студенческих олимпиад по информатике, которые, помимо всего прочего, направлены еще и на проверку обученности участников олимпиады, задачи МОИ предоставляют участникам возможность без специальных знаний решать нестандартные и новые для них задачи. Каждая задача должна позволять участникам сделать для себя небольшое открытие и в полной мере раскрыть имеющийся у них творческий потенциал.

Олимпиадные задачи МОИ отличаются значительным тематическим разнообразием. Из опыта проведения международных олимпиад в прошлые годы можно выделить следующие разделы информатики, характерные для решения многих задач, предлагавшихся на международных олимпиадах по информатике:

- комбинаторика;
- сортировка и поиск;
- обработка последовательностей;
- алгоритмы на графах;
- элементы вычислительной геометрии;
- перебор вариантов и методы его сокращения;
- динамическое программирование.

Олимпиадные задания МОИ гармонично отражают не только теоретические разделы курса информатики, но и основные этапы решения задач с использованием компьютеров:

- формализацию задачи;
- выбор формального метода и разработку алгоритма решения задачи, включая оценку правильности и сложности алгоритма;
- программирование алгоритма и отладку программы; тестирование полученной программы.

Выполнение олимпиадных заданий МОИ предъявляет к участникам этих олимпиад ряд специальных требований. Так, участники должны:

- иметь необходимые навыки работы с персональными компьютерами, знать основные характеристики компьютеров (в частности, каким образом эти характеристики влияют на решаемые задачи и как обходить имеющиеся ограничения, например, по памяти и быстродействию);
- знать в необходимом объеме и уметь работать при решении прикладных задач с широко распространенными операционными системами, в том числе и с Linux;
- знать и уметь использовать на практике методы формализации поставленных задач; в частности, правильно переходить от словесного описания постановки задачи к ее формальному описанию с учетом заданных технических и содержательных ограничений;
- знать и уметь использовать при решении задач основные типы алгоритмов (алгоритмы работы с различными структурами данных, базовые алгоритмы на графах, алгоритмы организации перебора и динамического программирования, целочисленной арифметики, моделирования, компьютерной геометрии и др.);
- уметь использовать понятие сложности алгоритмов при решении задач, чтобы в используемых или разрабатываемых алгоритмах их сложность находилась в оптимальном соответствии с заданными в условии задачи ограничениями;
- знать и уметь работать с одной или несколькими интегрированными системами программирования при решении олимпиадных задач (состав языков программирования определяется организаторами конкретных олимпиад; например, для заключительного этапа всероссийской олимпиады это C/C++, Pascal, Visual Basic);
- знать методы и уметь использовать на практике современные технологии программирования, а также отладки и тестирования программ.

Очевидно, что чем выше уровень олимпиады, тем сложнее предлагаемые задачи, а значит, больший уровень знаний и умений требуется от участников.

## **СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ РЕШЕНИЙ УЧАСТНИКОВ**

Каждая из предложенных на олимпиаде задач оценивается до 100 баллов. Максимальное число баллов за каждый тур составляет 300, а каждый участник олимпиады по результатам решения задач двух туров может в итоге набрать 600 баллов. Важно отметить, что решение каждой из задач предполагает использование широкого спектра алгоритмов, и оценки зависят

только от того, насколько эффективным было предложенное участником решение.

Этап проверки решений участников является очень ответственным и трудным в проведении соревнований на МОИ. За прошедшее время с первой международной олимпиады по информатике многое изменилось в технологии тестирования программ участников. Раньше процесс проверки решений требовал привлечения большого количества специалистов, поскольку каждая задача тестировалась в присутствии участника и каждый тест при проверке решения запускался вручную членом международного научного комитета. Все это накладывало определенные ограничения на комплект тестов и систему оценки для каждой задачи, так как сложно было в достаточном объеме протестировать задачу ввиду временных ограничений на процесс тестирования.

С появлением компьютерных сетей технология проверки решений на МОИ немного улучшилась, поскольку не надо при тестировании загружать программы участников в проверяющий компьютер с дискеты. Дискеты теперь использовались лишь для резервного хранения решений на случай, если произойдут какие-либо сбои в работе сервера или компьютерной сети. Однако все равно приходилось каждый тест запускать вручную.

Стремительное развитие информационных технологий привнесло много нового и в процесс проверки решений участников. Начало его автоматизации было положено в 1995 г. на международной олимпиаде по информатике в Нидерландах. С тех пор процесс проверки решений стремительно совершенствовался, и сейчас решение каждой задачи проверяется в автоматическом режиме с помощью *автоматизированной проверяющей системы*.

Автоматизированная проверяющая система функционирует в рамках специализированной программной системы проведения соревнований, которая обеспечивает в течение тура выполнение следующих функций:

- пересылку решений участников на проверку проверяющей системой;
- получение результатов собственного тестирования, когда каждый участник может послать на тестирование свою программу с разработанным им набором тестов;
- сохранение файлов и их восстановление;
- распечатку нужных файлов.

Ответственность за сохранение и восстановление файлов во время тура целиком и полностью лежит на участниках. Учитывая необходимость обеспечения высокой надежности и безопасности работы программного обеспечения, используемого участ-



никами во время туров, в правила проведения соревнований включены очень жесткие требования. В частности, во время туров категорически запрещается:

- использовать в любой форме доступ к сети;
- использовать системные вызовы;
- читать и создавать файлы, не указанные в тексте задач;
- использовать любые попытки воздействия на систему безопасности сети и систему оценки решений участников;
- запускать на исполнение программы, не указанные в тексте задач;
- изменять настройки файловой системы;
- читать информацию в файловой системе.

Кроме того, в правила соревнований в последние годы введены следующие ограничения:

- запрещается использование дискет во время туров;
- требуется архивировать входные данные, используемые участниками во время туров для проверки своих решений с использованием проверяющей системы;
- использование проверяющей системы для проверки решений прекращается за 30 минут до окончания тура;
- участники имеют возможность послать свои решения на проверку проверяющей системой ограниченное количество раз;
- установлены ограничения для каждого участника на количество тестирований программ во время тура с использованием проверяющей системы;
- введены ограничения на количество использований принтера во время тура;
- в распоряжение участников не предоставляются средства для подсчета времени исполнения программы на сервере проверяющей системы.

Чтобы решение было принято на проверку проверяющей системой, необходимо сначала послать его на проверку на сервер системы, а затем — чтобы решение прошло тестирование на тесте, приведенном в условии задачи. При отправке решения на проверку участник олимпиады должен в соответствующем диалоговом окне проверяющей системы задать необходимые данные (имя задачи; язык программирования или конкретный компилятор, поскольку для языков Pascal и C в данный момент поддерживается несколько компиляторов; имя файла, содержащего исходный текст решения). После реакции системы на отправленное решение участник может просмотреть результат: выполнены ли тесты, которые указаны в условии задачи, и принята ли задача на дальнейшую проверку.

Процесс обработки переданного на проверку файла с исходным кодом программы успешно завершается, если выполняются все требования, предъявляемые к соответствующему заданию. Одна часть из этих требований является общей для всех заданий, другая — описывается в тексте каждой конкретной задачи.

Если результатом решения задачи были выходные файлы, то процесс передачи их на проверку несколько отличается от описанной процедуры принятия на проверку решения в виде исполняемого файла. В этом случае перед тем, как послать выходной файл на проверку, необходимо поместить в соответствующем окне проверяющей системы некоторую дополнительную информацию; предварительного тестирования здесь не осуществляется, проверяется лишь соответствие формата передаваемых на проверку выходных файлов формату, описанному в условии.

После окончания тура все принятые системой на проверку участники проходят тестирование в автоматическом режиме. При проверке решений задач используются различные методы их проверки и оценки. По результатам проверки системой формируется протокол, позволяющий определить для участников олимпиады правильность выполненного ими решения задач или типы ошибок, выявленных системой в процессе тестирования решения.

После объявления предварительных результатов каждого тура специализированная программная система предоставляет каждому участнику возможность доступа:

- к сданным на проверку решениям;
- к наборам тестов, используемых при проверке решений участников;
- к результатам проверки решений.

Если сам процесс проверки решений может быть полностью автоматизирован, то процесс разработки самих тестов от этого не упростился, а наоборот, усложнился. Конечно, об использовании на олимпиадах по информатике полной системы тестов для каждой задачи говорить не приходится, но можно разработать тесты, которые полностью проверяют логику возможных алгоритмов, используемых при ее решении.

Важно отметить, что, помимо автоматизации процесса проверки решений, такие системы позволили более тщательно проверять работоспособность программ участников. Если раньше количество тестов для каждой задачи было ограничено технологическими возможностями, то сейчас таких ограничений практически нет, и при тестировании используется то количе-

ство тестов, которое международный научный комитет считает нужным.

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОБЕДИТЕЛЕЙ ОЛИМПИАДЫ**

В соответствии с существующими правилами проведения МОИ количество победителей и призеров олимпиады, награжденных золотыми, серебряными и бронзовыми медалями, составляет 50% от общего числа участников. Количество золотых, серебряных и бронзовых медалей при этом соответствует отношению 1 : 2 : 3.

При определении победителей и призеров олимпиады международное жюри руководствуется только количеством набранных баллов. При подведении итогов члены жюри имеют только таблицу с цифрами, показывающими итоговые баллы и количество участников, их набравших. На основании этих данных определяются границы, распределяющие медали среди победителей и призеров олимпиады. Понятно, что не всегда удается строго соблюдать соотношение 1 : 2 : 3 при распределении медалей, поэтому незначительное отклонение от названного соотношения допускается соответствующим решением международного жюри.

Помимо награждения медалями, каждый победитель и призер олимпиады получает сертификат, подтверждающий факт получения медали соответствующего достоинства. Кроме того, окончательные результаты олимпиады размещаются на официальных сайтах МОИ.

## **ПОРЯДОК ОТБОРА СБОРНОЙ КОМАНДЫ СТРАНЫ НА МЕЖДУНАРОДНУЮ ОЛИМПИАДУ ПО ИНФОРМАТИКЕ**

Несмотря на то, что в содержательном плане всероссийские и международные олимпиады не противоречат друг другу, условия проведения и требования к участникам международных олимпиад по информатике несколько отличаются. В связи с этим для успешной подготовки к таким соревнованиям два раза в год, зимой (в январе — феврале) и летом (в конце июня — начале июля) Рособразованием проводятся специальные учебно-тренировочные сборы для кандидатов в сборную команду России по информатике.

Подобные мероприятия, с одной стороны, имеют характер отборочных; в частности, именно по результатам летних сборов формируется состав сборной команды России для участия в

международных олимпиадах. С другой стороны, они также носят тренировочный характер, особенно для школьников невыпускных классов. Поэтому на сборы всегда приглашаются не только те, кто реально претендует на место в сборной команде России, но и школьники младших классов, которые успели себя проявить на всероссийской олимпиаде, чтобы в более раннем возрасте приобщить их к олимпиадному движению и создать для них все необходимые условия для дальнейшего роста.

За прошедшие с начала первой олимпиады по информатике годы удалось сформировать хорошо зарекомендовавшую себя на практике систему подготовки к международным олимпиадам. Наряду с изучением многих теоретических вопросов информатики, необходимых для решения олимпиадных задач, освоением навыков работы с используемым на международных олимпиадах программным обеспечением и с решением большого количества задач, соответствующих уровню международных олимпиад и в условиях, максимально приближенных к соревнованиям этого уровня, на сборах всегда формируется неповторимая атмосфера единения близких по духу людей. Достигается это благодаря тому, что вместе с опытными педагогами в сборах всегда принимают участие многие бывшие победители и призеры международных и национальных олимпиад. Их бесценный опыт участия в этих олимпиадах и в решении олимпиадных задач оказывается особенно полезным для следующего поколения «сборников», а небольшая разница в возрасте позволяет всем участникам сборов чувствовать себя членами одной большой олимпиадной семьи.

В процессе проведения учебно-тренировочных сборов постоянно ведется мониторинг успешности всех участников сборов. Те четыре школьника, которые к концу сборов имеют максимальный рейтинг, включаются в состав сборной команды России и представляют нашу страну на МОИ.

*Таблица 2*

**Чемпионы международных олимпиад по информатике  
(1989–2006 гг.)**

Год, страна	Фамилии и имена чемпионов	Страна
1989 г., Праветц, Болгария	Teodor Tonchev	Болгария
1990 г., Минск, СССР	Tsvetomir Petrov	Болгария
1991 г., Афины, Греция	Igor Maly	Чехословакия

Год, страна	Фамилии и имена чемпионов	Страна
1992 г., Бонн, Германия	Pinit Asavanuchit Nathan Bronson Gao Chen Jitat Fagcharoroenphon Huss Fredrik BomJun Kim Viet NguyenTuan Matej Ondrusek Peter Laszlo Smith Shawn Wu Xing Yang Yunhe	Таиланд США Китай Таиланд Швеция Корея Вьетнам Чехословакия Венгрия США Китай Китай
1993 г., Мендоза, Аргентина	Martin Mares Mehdi Foladgar Radu-Lucian Lupsa Fedric Huss	Чехия Иран Румыния Швеция
1994 г., Ханинге, Швеция	Виктор Баргачев	Россия
1995 г., Эйндховен, Нидерланды	Виктор Баргачев	Россия
1996 г., Весзпрем, Венгрия	Daniel Kral	Чехия
1997 г., Кейптаун, ЮАР	Владимир Мартьянов	Россия
1998 г., Сетубал, Португалия	Мартьянов Владимир Zhunping Zhang Mihal Stroe Daniel Mark	Россия Китай Румыния ЮАР
1999 г., Анталия, Турция	Chen Hong	Китай
2000 г., Пекин, Китай	Михаил Баутин	Россия
2001 г., Тампере, Финляндия	Reid Barton	США
2002 г., Сеул, Южная Корея	Wanyeong Jung	Южная Корея
2003 г. Чикаго, США	Hwan-Seung Yeo	Южная Корея
2004 г., Афины, Греция	Paul Jefferys	Великобритания
2005 г., Новы-Сонч, Польша	Weidong Hu Eric Price Yuan Zhou Юрий Зновяк	Китай США Китай Украина
2006 г., Мерида, Мексика	Filip Wolski	Польша

Таблица 3

**Российские (советские) золотые призы  
международных олимпиад по информатике (1989–2006 гг.)**

Страна, год	ФИО победителей	Город
1989 г., 16–19 мая Правец, Болгария	Чяпайтис А.	Каунас
1990 г., 12–21 июля Минск, СССР	Козлов Дмитрий Датуашвили Георгий	Тбилиси Ленинград
1993 г., 16–25 октября, Мендоза, Аргентина	Миронов Илья	Санкт-Петербург
1994 г., 3–10 июля, Ханинге, Швеция	Баргачев Виктор Елизаров Роман Лапунов Антон	Санкт-Петербург Санкт-Петербург Киров
1995 г., 26 июня–3 июля Эйндховен, Нидерланды	Баргачев Виктор Сандлер Марк	Санкт-Петербург Нижний Новгород
1996 г., 25 июля–1 августа, Весзпрем, Венгрия	Сандлер Марк Дуров Николай Матюхин Виктор	Нижний Новгород Санкт-Петербург Киров
1997 г., 30 ноября–7 декабря Кейптаун, ЮАР	Мартьянов Владимир	Нижний Новгород
1998 г., 5–12 сентября, Сетубал, Португалия	Мартьянов Владимир	Нижний Новгород
1999 г., 9–16 октября, Анталья, Турция	Пастухов Роман Мартьянов Владимир Бабенко Максим	Оренбург Нижний Новгород Саратов
2000 г., 23–30 сентября Пекин, Китай	Баутин Михаил Митричев Петр Пастухов Роман Круглов Алексей	Нижний Новгород Москва Оренбург Нижний Новгород
2001 г., 14–21 июля Тампере, Финляндия	Румянцев Андрей	Москва
2002 г., 18–25 августа Сеул, Южная Корея	Митричев Петр Калинин Петр	Москва Нижний Новгород
2003 г., 18–25 августа Чикаго, США	Орлов Дмитрий	Саратов
2004 г., 11–18 сентября, Афины, Греция	Батузов Кирилл Шавлюгин Евгений  Зыкова Александра Гольдштейн Виталий	Саратов Владивосток, Приморский край Санкт-Петербург Саратов

<b>Страна, год</b>	<b>ФИО победителей</b>	<b>Город</b>
2005 г., 18–25 августа Новы-Сонч, Польша	Копелиович Сергей	Санкт-Петербург
2006 г., 13–20 августа Мерида, Мексика	Копелиович Сергей Разенштейн Илья Денисов Денис	Санкт-Петербург Нижний Новгород Петрозаводск, Республика Карелия

---

# ПЕРВАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ ОЛИМПИАДА

---

## Условие задачи

Дана последовательность из  $2*n$  ( $n \leq 5$ ) ячеек. Две соседние из них — пустые, а в остальных расположены  $n - 1$  символов  $A$  и  $n - 1$  символов  $B$ . Пример для  $n = 5$ :

A	B	B	A			A	B	A	B
---	---	---	---	--	--	---	---	---	---

*Правило перемещения.* Содержимое любых двух непустых ячеек, сохраняя их порядок, можно пересылать в пустые ячейки.

*Цель.* Используя правило перемещения, достичь конфигурации, в которой все символы  $A$  расположены левее всех символов  $B$ . Местоположение пустых ячеек после перемещений не имеет значения.

*Задание.* Составить программу, которая:

- Вводит с клавиатуры начальную конфигурацию в виде последовательности символов  $A$ ,  $B$  и нулей для пустых ячеек, а также моделирует перемещения. Каждое перемещение задается номером (от 1 до  $n - 1$ ) первой из двух соседних ячеек, содержимое которых пересылается в пустые ячейки. Программа должна выводить на экран конфигурацию после каждого перемещения.
- Для заданной начальной конфигурации определяет по крайней мере один план перемещений, с помощью которого можно достичь цели, или сообщает, что такого плана не существует (вывод должен содержать начальную конфигурацию, промежуточные конфигурации после каждого перемещения, а также заключительную конфигурацию).
- Находит некоторый план, достигающий цели за минимальное число перемещений.

## Обсуждение задачи

Ответим на два вопроса. Во-первых, подсчитаем количество различных последовательностей для заданного значения  $n$ . Количество способов размещения «00» в последовательности длины  $2*n$  равно  $2*n - 1$ . Для каждого способа расположения «00» в оставшихся  $2*n - 2$  позициях  $n - 1$  букву  $A$  можно разместить  $C_{2n-2}^{n-1}$  способами. Получаем  $(2*n - 1) * C_{2n-2}^{n-1}$  вариантов. Так, при  $n = 5$  количество возможных состояний нашей полоски ячеек не превосходит  $9 * C_8^4 = 630$ .



Во-вторых, нам требуется определить отношение порядка на множестве последовательностей. Другими словами, для каждой последовательности мы должны знать, какая последовательность ей предшествует и какая следует за ней. Как только это будет сделано, у нас сразу появится возможность перебирать последовательности. Заметим, что, удалив из описывающей конфигурацию строки символов нули, мы получим строку из  $n - 1$  символа  $A$  и  $n - 1$  символа  $B$ . Позиции символов  $A$  в полученной строке образуют  $(n - 1)$ -элементное подмножество множества  $[1 \dots 2^n - 2]$ . Все такие сочетания из  $2^n - 2$  элементов по  $n - 1$  мы можем пронумеровать натуральными числами в лексикографическом порядке\*. Пусть  $k$  — номер сочетания, соответствующего полученной строке, а нули в исходной строке занимают позиции с номерами  $p$  и  $p + 1$ . Тогда исходной строке можно поставить в соответствие пару чисел  $(p, k)$ . При таком соответствии каждая последовательность кодируется парой чисел  $(p, k)$ , где  $1 \leq p \leq 2^n - 1$  и  $1 \leq k \leq C_{2^n - 2}^{n-1}$ , причем каждой такой паре соответствует какая-либо позиция, а разные позиции кодируются разными парами (при заданном  $n$ ). В табл. 1.1 (при  $n = 3$ ) приведено соответствие между последовательностями и парами описывающих их чисел. Жирным шрифтом выделены конечные последовательности. Заметим, что этим последовательностям соответствуют пары чисел типа  $(p, 1)$ , где  $p$  — позиция первого нуля.

Таблица 1.1

№	Последовательность	№	Последовательность	№	Последовательность
1, 1	<b>00AABV</b>	2, 5	V00ABA	4, 3	ABV00A
1, 2	00ABAV	2, 6	V00BAA	4, 4	VAA00V
1, 3	00ABVA	3, 1	<b>AA00BV</b>	4, 5	VAV00A
1, 4	00VAAV	3, 2	AV00AV	4, 6	VVA00A
1, 5	00VABA	3, 3	AV00VA	5, 1	<b>AAVV00</b>
1, 6	00VBAA	3, 4	VA00AV	5, 2	AVAV00
2, 1	<b>A00ABV</b>	3, 5	VA00VA	5, 3	AVVA00
2, 2	A00VAV	3, 6	VV00AA	5, 4	VAAV00
2, 3	A00VVA	4, 1	<b>AAV00V</b>	5, 5	VAVA00
2, 4	V00AAV	4, 2	VAV00V	5, 6	VVAA00

\* Окулов С. М. Программирование в алгоритмах. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004.

Что нам требуется уметь делать к этому моменту времени? По последовательности определять пару чисел  $(p, k)$  и, наоборот, по паре чисел определять последовательность. Эти задачи известны в комбинаторике — по комбинаторному объекту определять его номер в лексикографическом порядке и выполнять обратное преобразование. Предположим, что мы уже умеем решать эти задачи, и продолжим рассуждения.

Пусть нам дана последовательность  $BBA00A$  ( $n = 3$ ). Соответствующая ей пара чисел равна  $(4, 6)$ . Попробуем прорисовать вручную по таблице все возможные переходы из одной последовательности в другую. Результат этой работы представлен на рис. 1.1. Можно назвать его *графом состояний*. Оказывается, что из десяти исходных последовательностей достичь ни одной из конечных последовательностей нельзя. Однако при  $n > 3$  из любой начальной последовательности всегда достигается одна из конечных.

Итак, мы находимся в состоянии  $(4, 6)$ . Из рис. 1.1 ясно, что далее требуется идти в состояние  $(1, 3)$ , а затем — в  $(3, 3)$ ,  $(5, 3)$  и  $(2, 1)$ . Возникает вопрос: как зафиксировать (сформировать) связи между состояниями? С помощью двух матриц  $A$  и  $How$  (один из возможных способов), где вторая матрица требуется для вывода последовательности перемещений:

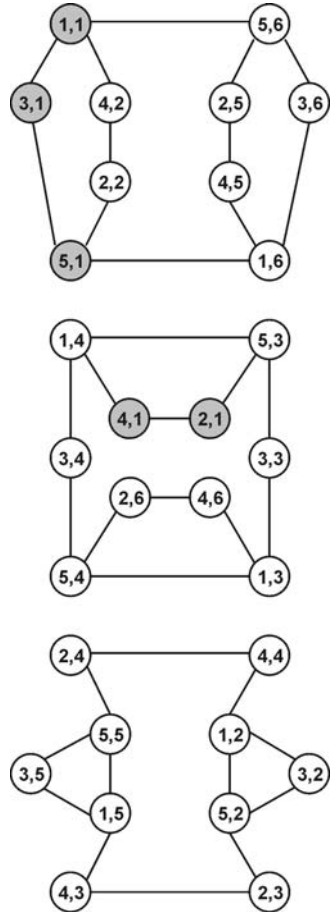


Рис. 1.1. Граф состояний при  $n = 3$

$$A[p, k] = \begin{cases} 0, & \text{если состояние } (p, k) \text{ конечное,} \\ -1, & \text{если из состояния } (p, k) \text{ недостижимо} \\ & \text{ни одно конечное состояние,} \\ t & - \text{минимальное количество перемещений из} \\ & \text{состояния } (p, k) \text{ в одно из конечных состояний;} \end{cases}$$

$$How[p, k] = \begin{cases} -1, \text{ если из состояния } (p, k) \text{ недостижимо} \\ \quad \text{ни одно конечное состояние или оно конечное,} \\ p_{\text{новое}} - \text{ позиция первого нуля при переходе} \\ \quad \text{в следующее состояние.} \end{cases}$$

Индекс  $p$  изменяется от 1 до  $2n - 1$ , а индекс  $k$  — от 1 до  $C_{2n-2}^{n-1}$ . Для рассматриваемого примера ( $n = 3$ ) матрицы  $A$  и  $How$  имеют вид:

$$A = \begin{Bmatrix} 0 & -1 & 3 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & 2 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & 1 & 3 & -1 & 1 \end{Bmatrix}, \quad How = \begin{Bmatrix} -1 & -1 & 3 & 4 & -1 & 5 \\ -1 & 5 & -1 & -1 & 5 & 5 \\ -1 & -1 & 5 & 1 & -1 & 5 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & 3 & -1 & 1 \end{Bmatrix}.$$

Вернемся к нашему примеру. По последовательности  $BBA00A$  мы определили пару чисел, ей соответствующих: (4, 6). Значение  $A[4, 6] = 4$ . Значит, за четыре хода эта последовательность преобразуется в конечную.

Первый ход:  $How[4, 6] = 1$  — перемещаем «00» в первую позицию последовательности и получаем:  $00ABBA$ . Вычисляем пару чисел: (1, 3).

Второй ход:  $How[1, 3] = 3$ , перемещаем «00» в третью позицию последовательности и получаем  $AB00BA$ . Вычисляем пару чисел: (3, 3).

Третий ход:  $How[3, 3] = 5$ , перемещаем «00» в пятую позицию последовательности и получаем  $ABBA00$ . Вычисляем пару чисел: (5, 3).

Четвертый ход:  $How[5, 3] = 2$ , перемещаем «00» во вторую позицию последовательности и получаем  $A00ABB$ .

Осталось понять логику формирования значений элементов матриц  $A$  и  $How$ . Продемонстрируем ее:

{Помечаем все конечные вершины нулями}

**For** <всех пар (p, k)> **Do**

**If** <Пара (p, k) задает конечное состояние> **Then**

$A[p, k] := 0$

**Else**  $A[p, k] := -1$ ;

{Расставляем метки}

$t := -1$ ;

**Repeat**

[ . . . ]